



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
COLÉGIO DE APLICAÇÃO



Trabalhando matemática para o ENEM

Professor Wagner Santiago

APOSTILA 5 – GEOMETRIA PLANA

1º Encontro:

Atividades de sala

1. (Enem (Libras) 2017) Uma empresa de manutenção de jardins foi contratada para plantar grama em um campo de futebol retangular cujas dimensões são $70\text{ m} \times 100\text{ m}$. A grama que será utilizada é vendida em tapetes retangulares de dimensões $40\text{ cm} \times 125\text{ cm}$.

Quantos tapetes de grama, no mínimo, serão necessários para cobrir todo o campo de futebol?

- a) 103
- b) 140
- c) 7.000
- d) 10.303
- e) 14.000

2. (Enem PPL 2017) Um fabricante recomenda que, para cada m^2 do ambiente a ser climatizado, são necessários 800 BTU_h , desde que haja até duas pessoas no ambiente. A esse número devem ser acrescentados 600 BTU_h para cada pessoa a mais, e também para cada aparelho eletrônico emissor de calor no ambiente. A seguir encontram-se as cinco opções de aparelhos desse fabricante e suas respectivas capacidades térmicas:

Tipo I: 10.500 BTU_h

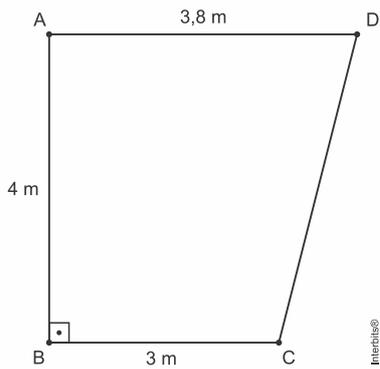
Tipo II: 11.000 BTU_h

Tipo III: 11.500 BTU_h

Tipo IV: 12.000 BTU_h

Tipo V: 12.500 BTU_h

O supervisor de um laboratório precisa comprar um aparelho para climatizar o ambiente. Nele ficarão duas pessoas mais uma centrífuga que emite calor. O laboratório tem forma de trapézio retângulo, com as medidas apresentadas na figura:

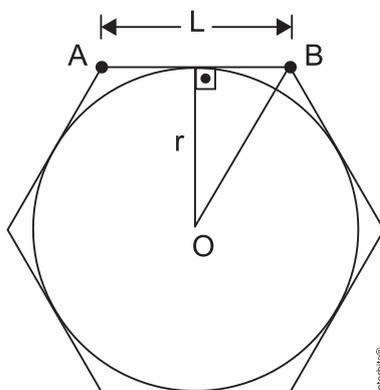


Para economizar energia, o supervisor deverá escolher o aparelho de menor capacidade térmica que atenda às necessidades do laboratório e às recomendações do fabricante.

A escolha do supervisor recairá sobre o aparelho do tipo

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

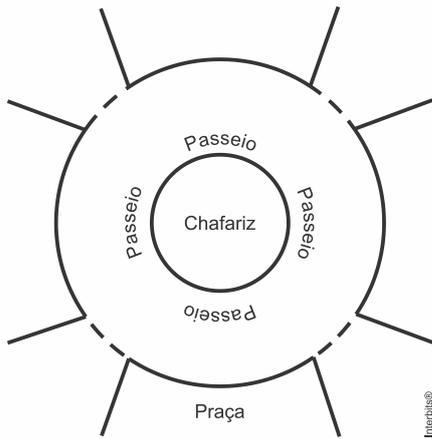
3. (Enem PPL 2018) Um brinquedo chamado pula-pula, quando visto de cima, consiste de uma cama elástica com contorno em formato de um hexágono regular.



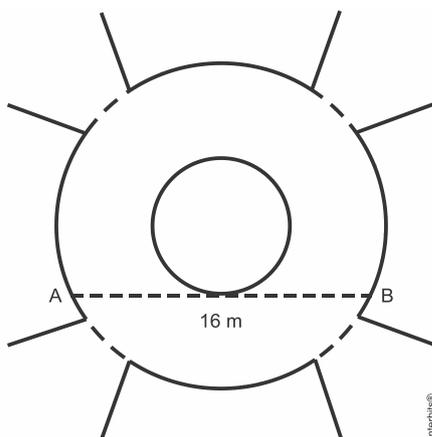
Se a área do círculo inscrito no hexágono é 3π metros quadrados, então a área do hexágono, em metro quadrado, é

- a) 9
- b) $6\sqrt{3}$
- c) $9\sqrt{2}$
- d) 12
- e) $12\sqrt{3}$

4. (Enem 2018) A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

A medida encontrada pelo engenheiro foi

- a) 4π
- b) 8π
- c) 48π
- d) 64π
- e) 192π

5. (Enem 2016) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer

construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

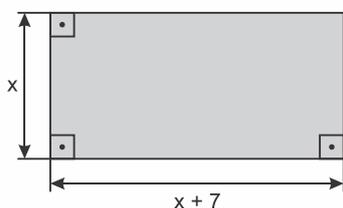


Figura A

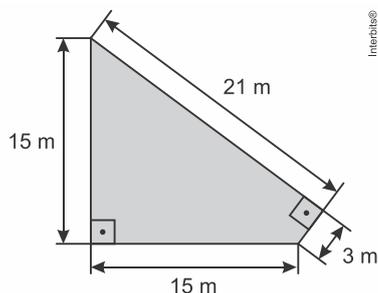
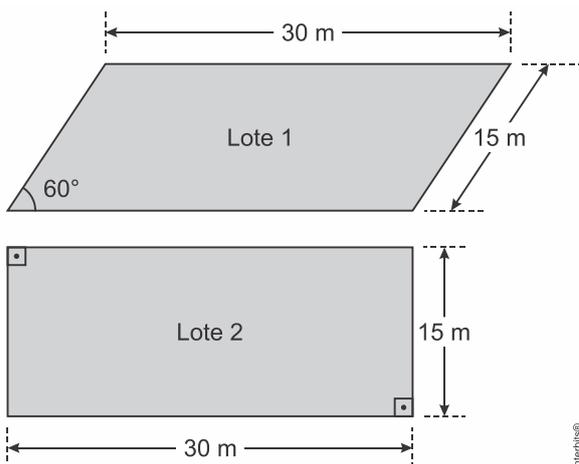


Figura B

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a

- a) 7,5 e 14,5.
- b) 9,0 e 16,0.
- c) 9,3 e 16,3.
- d) 10,0 e 17,0.
- e) 13,5 e 20,5.

6. (Enem PPL 2016) Um casal e seus dois filhos saíram, com um corretor de imóveis, com a intenção de comprar um lote onde futuramente construiriam sua residência. No projeto da casa, que esta família tem em mente, irão necessitar de uma área de pelo menos 400 m^2 . Após algumas avaliações, ficaram de decidir entre os lotes 1 e 2 da figura, em forma de paralelogramos, cujos preços são R\$ 100.000,00 e R\$ 150.000,00, respectivamente.



Use $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1}{2}$ e 1,7 como aproximações respectivamente, para $\text{sen}(60^\circ)$, $\text{cos}(60^\circ)$ e $\sqrt{3}$.

Para colaborarem na decisão, os envolvidos fizeram as seguintes argumentações:

Pai: Devemos comprar o Lote 1, pois como uma de suas diagonais é maior do que as diagonais do Lote 2, o Lote 1 também terá maior área;

Mãe: Se desconsiderarmos os preços, poderemos comprar qualquer lote para executar nosso projeto, pois tendo ambos o mesmo perímetro, terão também a mesma área;

Filho 1: Devemos comprar o Lote 2, pois é o único que tem área suficiente para a execução do projeto;

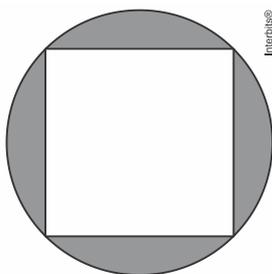
Filho 2: Devemos comprar o Lote 1, pois como os dois lotes possuem lados de mesma medida, terão também a mesma área, porém o Lote 1 é mais barato;

Corretor: Vocês devem comprar o Lote 2, pois é o que tem menor custo por metro quadrado.

A pessoa que argumentou corretamente para a compra do terreno foi o(a)

- a) pai.
- b) mãe.
- c) filho 1.
- d) filho 2.
- e) corretor.

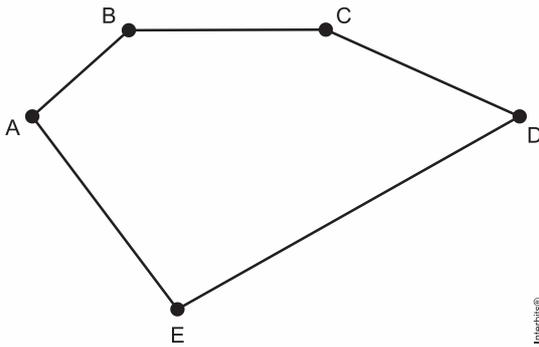
7. (Enem PPL 2016) Um arquiteto deseja construir um jardim circular de 20 m de diâmetro. Nesse jardim, uma parte do terreno será reservada para pedras ornamentais. Essa parte terá a forma de um quadrado inscrito na circunferência, como mostrado na figura. Na parte compreendida entre o contorno da circunferência e a parte externa ao quadrado, será colocada terra vegetal. Nessa parte do jardim, serão usados 15 kg de terra para cada m^2 . A terra vegetal é comercializada em sacos com exatos 15 kg cada. Use 3 como valor aproximado para π .



O número mínimo de sacos de terra vegetal necessários para cobrir a parte descrita do jardim é

- a) 100.
- b) 140.
- c) 200.
- d) 800.
- e) 1.000.

8. (Enem PPL 2018) Uma pessoa possui um terreno em forma de um pentágono, como ilustrado na figura.

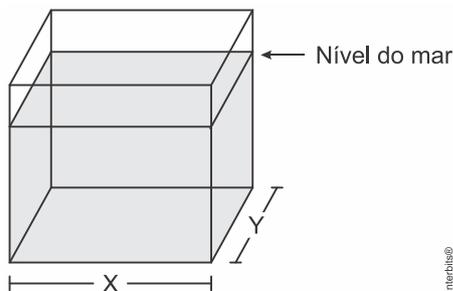


Sabe-se que a diagonal AD mede 50 m e é paralela ao lado BC , que mede 29 m. A distância do ponto B a AD é de 8 m e a distância do ponto E a AD é de 20 m.

A área, em metro quadrado, deste terreno é igual a

- a) 658.
- b) 700.
- c) 816.
- d) 1.132.
- e) 1.632.

9. (Enem 2017) Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.

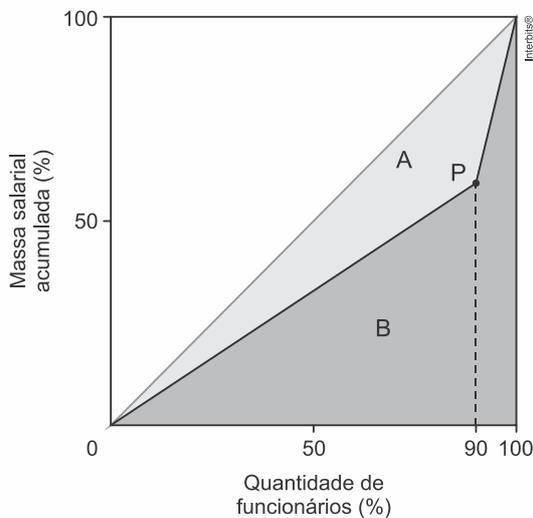


Quais devem ser os valores de X e de Y , em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

- a) 1 e 49
- b) 1 e 99
- c) 10 e 10
- d) 25 e 25
- e) 50 e 50

10. (Enem 2016) A distribuição de salários pagos em uma empresa pode ser analisada destacando-se a parcela do total da massa salarial que é paga aos 10% que recebem os maiores salários. Isso pode ser representado na forma de um gráfico formado por dois segmentos de reta, unidos em um ponto P , cuja abscissa tem valor igual a 90, como ilustrado na figura.

No eixo horizontal do gráfico tem-se o percentual de funcionários, ordenados de forma crescente pelos valores de seus salários, e no eixo vertical tem-se o percentual do total da massa salarial de todos os funcionários.



O Índice de Gini, que mede o grau de concentração de renda de um determinado grupo, pode ser calculado pela razão $\frac{A}{A+B}$, em que A e B são as medidas das áreas indicadas no gráfico.

A empresa tem como meta tornar seu Índice de Gini igual ao do país, que é 0,3. Para tanto, precisa ajustar os salários de modo a alterar o percentual que representa a parcela recebida pelos 10% dos funcionários de maior salário em relação ao total da massa salarial.

Disponível em: www.ipea.gov.br. Acesso em: 4 maio 2016 (adaptado).

Para atingir a meta desejada, o percentual deve ser

- a) 40%
- b) 20%
- c) 60%
- d) 30%
- e) 70%

Atividades propostas

1. (Enem PPL 2018) Uma empresa de construção comprou um terreno de formato retangular por R\$ 700.000,00. O terreno tem 90 m de comprimento e 240 m de largura. O engenheiro da empresa elaborou três projetos diferentes para serem avaliados pela direção da construtora, da seguinte maneira:

Projeto 1: dividir o terreno em lotes iguais de 45 m×10 m, sem ruas entre os lotes, e vender cada lote por R\$ 23.000,00;

Projeto 2: dividir o terreno em lotes iguais de $20\text{ m} \times 30\text{ m}$, deixando entre lotes ruas de 10 m de largura e 240 m de comprimento, e vender cada lote por $35.000,00$.

Projeto 3: dividir o terreno em lotes iguais de $35\text{ m} \times 20\text{ m}$, deixando entre lotes ruas de 20 m de largura e 240 m de comprimento, e vender cada lote por $45.000,00$.

A direção da empresa decidiu dividir o terreno e utilizar o projeto que permitirá o maior lucro, sendo que este será igual ao valor obtido pela venda dos lotes, menos o valor da compra do terreno.

Nesse caso, o lucro da construtora, em real, será de

- a) $380.000,00$.
- b) $404.000,00$.
- c) $1.104.000,00$.
- d) $1.120.000,00$.
- e) $1.460.000,00$.

2. (Enem (Libras) 2017) Em uma plataforma de exploração de petróleo, localizada no mar, ocorreu um vazamento. A equipe técnica de operação dessa plataforma percebeu que a mancha de óleo espalhado na superfície do mar tinha formato circular e estimou, visualmente, que a área atingida era de aproximadamente 100 km^2 .

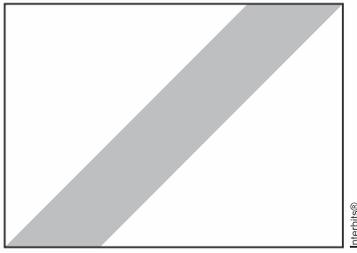
Utilize 3 como aproximação para π .

O valor inteiro mais próximo do raio da mancha de óleo formada, em km , é

- a) 4 .
- b) 6 .
- c) 10 .
- d) 17 .
- e) 33 .

3. (Enem (Libras) 2017) Uma família possui um terreno retangular com 18 metros de largura e 24 metros de comprimento. Foi necessário demarcar nesse terreno dois outros iguais, na forma de triângulos isósceles, sendo que um deles será para o filho e o outro para os pais. Além disso, foi demarcada uma área de passeio entre os dois novos terrenos para o livre acesso das pessoas.

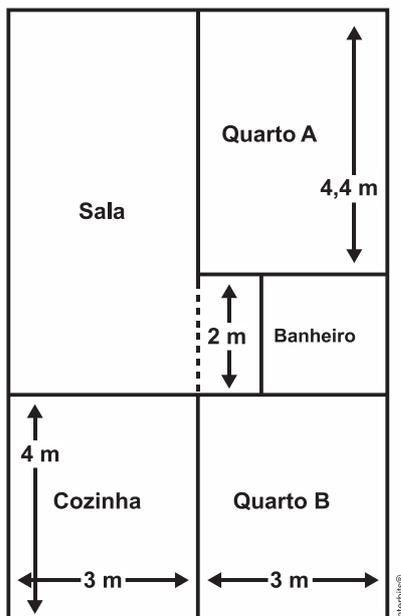
Os terrenos e a área de passeio são representados na figura.



A área de passeio calculada pela família, em metro quadrado, é de

- a) 108.
- b) 216.
- c) 270.
- d) 288.
- e) 324.

4. (Enem PPL 2017) A figura traz o esboço da planta baixa de uma residência. Algumas medidas internas dos cômodos estão indicadas. A espessura de cada parede externa da casa é 0,20 m e das paredes internas, 0,10 m.



Sabe-se que, na localidade onde se encontra esse imóvel, o Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) é calculado conforme a área construída da residência. Nesse cálculo, são cobrados R\$ 4,00 por cada metro quadrado de área construída.

O valor do IPTU desse imóvel, em real, é

- a) 250,00.
- b) 250,80.
- c) 258,64.
- d) 276,48.
- e) 286,00.

5. (Enem PPL 2016) A prefeitura de uma cidade detectou que as galerias pluviais, que possuem seção transversal na forma de um quadrado de lado 2 m, são insuficientes para comportar o escoamento da água em caso de enchentes. Por essa razão, essas galerias foram reformadas e passaram a ter seções quadradas de lado igual ao dobro das anteriores, permitindo uma vazão de $400 \text{ m}^3/\text{s}$. O cálculo da vazão v (em m^3/s) é dado pelo produto entre a área por onde passa a água (em m^2) e a velocidade da água (em m/s).

Supondo que a velocidade da água não se alterou, qual era a vazão máxima nas galerias antes das reformas?

- a) $25 \text{ m}^3/\text{s}$
- b) $50 \text{ m}^3/\text{s}$
- c) $100 \text{ m}^3/\text{s}$
- d) $200 \text{ m}^3/\text{s}$
- e) $300 \text{ m}^3/\text{s}$

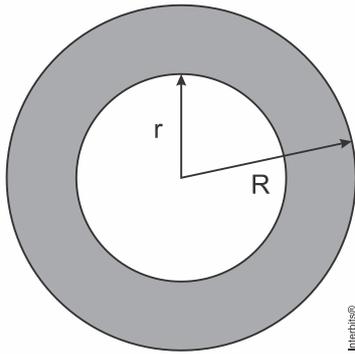
6. (Enem PPL 2016) Tradicionalmente uma *pizza* média de formato circular tem diâmetro de 30 cm e é dividida em 8 fatias iguais (mesma área). Uma família, ao se reunir para o jantar, fará uma *pizza* de formato circular e pretende dividi-la em 10 fatias também iguais. Entretanto, eles desejam que cada fatia dessa *pizza* tenha o mesmo tamanho (mesma área) de cada fatia da *pizza* média quando dividida em 8 fatias iguais.

Qual o valor mais próximo do raio com que deve ser feita a *pizza*, em centímetro, para que eles consigam dividi-la da forma pretendida?

Use 2,2 como aproximação para $\sqrt{5}$.

- a) 15,00
- b) 16,50
- c) 18,75
- d) 33,00
- e) 37,50

7. (Enem PPL 2016) No projeto de arborização de uma praça está prevista a construção de um canteiro circular. Esse canteiro será constituído de uma área central e de uma faixa circular ao seu redor, conforme ilustra a figura.

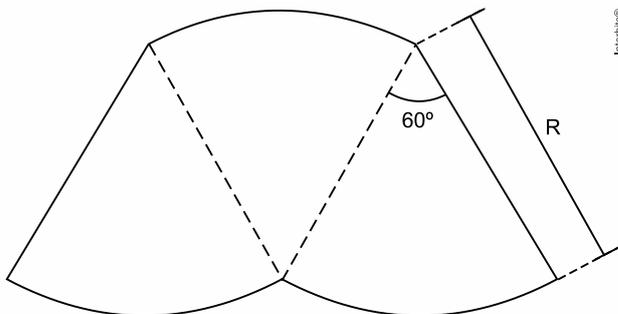


Deseja-se que a área central seja igual à área da faixa circular sombreada.

A relação entre os raios do canteiro (R) e da área central (r) deverá ser

- a) $R = 2r$
- b) $R = r\sqrt{2}$
- c) $R = \frac{r^2 + 2r}{2}$
- d) $R = r^2 + 2r$
- e) $R = \frac{3}{2}r$

8. (Enem 2015) O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60° . O raio R deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões $50 \text{ m} \times 24 \text{ m}$.

O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente.

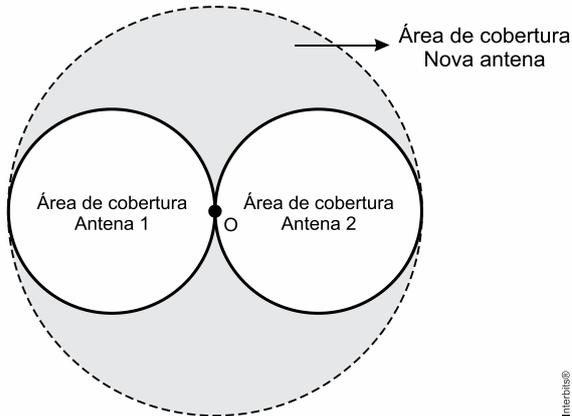
Considere 3,0 como aproximação para π .

O maior valor possível para R , em metros, deverá ser

- a) 16.
- b) 28.
- c) 29.

- d) 31.
- e) 49.

9. (Enem 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.

Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em

- a) 8π .
- b) 12π .
- c) 16π .
- d) 32π .
- e) 64π .

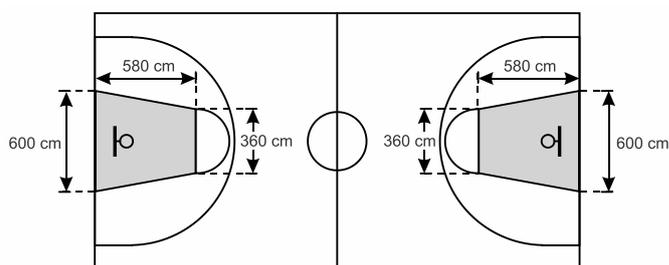
10. (Enem PPL 2015) O banheiro de uma escola pública, com paredes e piso em formato retangular, medindo 5 metros de largura, 4 metros de comprimento e 3 metros de altura, precisa de revestimento no piso e nas paredes internas, excluindo a área da porta, que mede 1 metro de largura por 2 metros de altura. Após uma tomada de preços com cinco fornecedores, foram verificadas as seguintes combinações de azulejos para as paredes e de lajotas para o piso, com os preços dados em reais por metro quadrado, conforme a tabela.

Fornecedor	Azulejo (R\$/m ²)	Lajota (R\$/m ²)
A	31,00	31,00
B	33,00	30,00
C	29,00	39,00
D	30,00	33,00
E	40,00	29,00

Desejando-se efetuar a menor despesa total, deverá ser escolhido o fornecedor

- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) D.
- e) E.

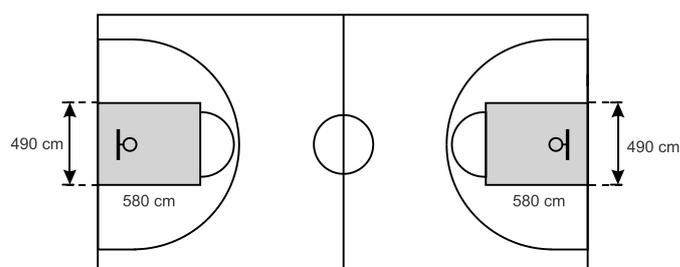
11. (Enem 2015) O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Interbisi®

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Interbisi®

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

- a) aumento de 5.800 cm^2 .
- b) aumento de 75.400 cm^2 .
- c) aumento de 214.600 cm^2 .
- d) diminuição de 63.800 cm^2 .
- e) diminuição de 272.600 cm^2 .

12. (Enem PPL 2015) O prefeito de uma cidade deseja promover uma festa popular no parque municipal para comemorar o aniversário de fundação do município. Sabe-se que esse parque possui formato retangular, com 120 m de comprimento por 150 m de largura. Além disso, para segurança das pessoas presentes no local, a polícia recomenda que a densidade média, num evento dessa natureza, não supere quatro pessoas por metro quadrado.

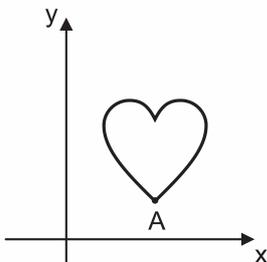
Seguindo as recomendações de segurança estabelecidas pela polícia, qual é o número máximo de pessoas que poderão estar presentes na festa?

- a) 1.000
- b) 4.500
- c) 18.000
- d) 72.000
- e) 120.000

2º encontro:

Atividades de sala

1. (Enem PPL 2018) Isometria é uma transformação geométrica que, aplicada a uma figura, mantém as distâncias entre pontos. Duas das transformações isométricas são a reflexão e a rotação. A reflexão ocorre por meio de uma reta chamada eixo. Esse eixo funciona como um espelho, a imagem refletida é o resultado da transformação. A rotação é o “giro” de uma figura ao redor de um ponto chamado centro de rotação. A figura sofreu cinco transformações isométricas, nessa ordem:



- 1ª) Reflexão no eixo x ;
- 2ª) Rotação de 90 graus no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto A;

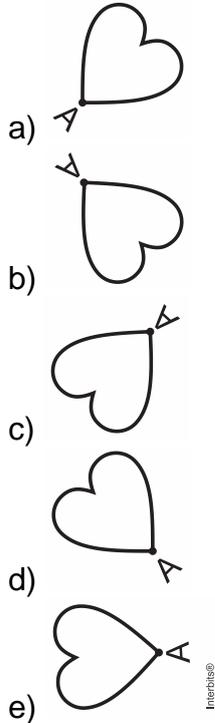
3ª) Reflexão no eixo y ;

4ª) Rotação de 45 graus no sentido horário, com centro de rotação no ponto A ;

5ª) Reflexão no eixo x .

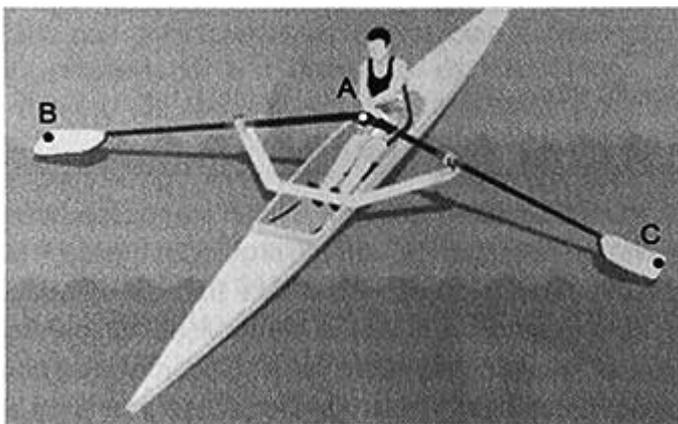
Disponível em: www.pucsp.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

Qual a posição final da figura?



2. (Enem 2018) O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho.

A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



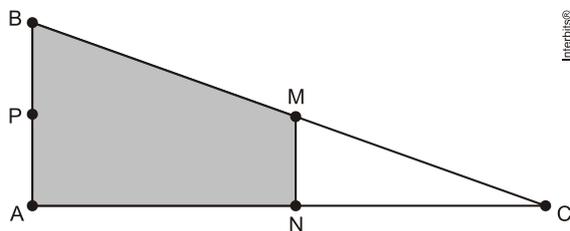
Disponível em: www.remobrasil.com. Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C . Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo $B\hat{A}C$ tem medida de 170° .

O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é

- a) retângulo escaleno.
- b) acutângulo escaleno.
- c) acutângulo isósceles.
- d) obtusângulo escaleno.
- e) obtusângulo isósceles.

3. (Enem 2010) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.

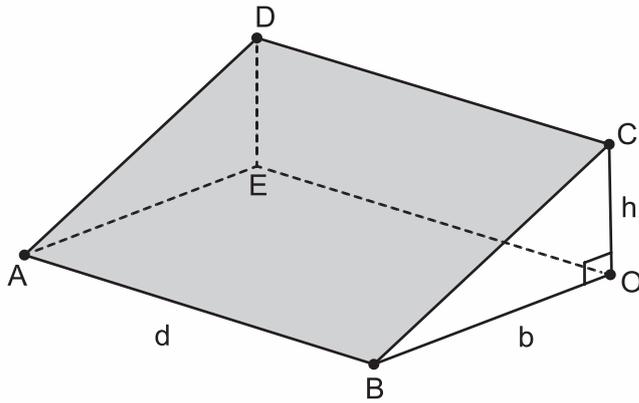


A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.

Nessas condições, a área a ser calçada corresponde

- a) a mesma área do triângulo AMC.
- b) a mesma área do triângulo BNC.
- c) a metade da área formada pelo triângulo ABC.
- d) ao dobro da área do triângulo MNC.
- e) ao triplo da área do triângulo MNC.

4. (Enem PPL 2018) A inclinação de um telhado depende do tipo e da marca das telhas escolhidas. A figura é o esboço do telhado da casa de um específico proprietário. As telhas serão apoiadas sobre a superfície quadrada plana ABCD, sendo BOC um triângulo retângulo em O. Sabe-se que h é a altura do telhado em relação ao forro da casa (a figura plana ABOE), $b = 10$ é o comprimento do segmento OB, e d é a largura do telhado (segmento AB), todas as medidas dadas em metro.



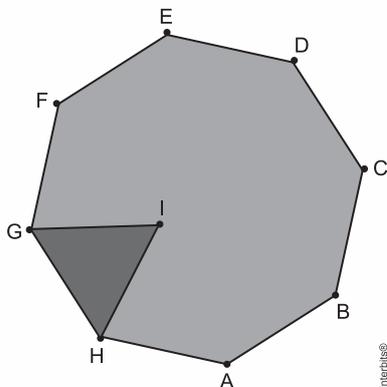
Disponível em: www.toptelha.com.br. Acesso em: 31 jul. 2012.

Sabe-se que, em função do tipo de telha escolhida pelo proprietário, a porcentagem i de inclinação ideal do telhado, descrita por meio da relação $i = \frac{h \times 100}{b}$, é de 40%, e que a expressão que determina o número N de telhas necessárias na cobertura é dada por $N = d^2 \times 10,5$. Além disso, essas telhas são vendidas somente em milheiros.

O proprietário avalia ser fundamental respeitar a inclinação ideal informada pelo fabricante, por isso argumenta ser necessário adquirir a quantidade mínima de telhas correspondente a

- a) um milheiro.
- b) dois milheiros.
- c) três milheiros.
- d) seis milheiros.
- e) oito milheiros.

5. (Enem PPL 2018) As Artes Marciais Mistas, tradução do inglês: MMA – *mixed martial arts* são realizadas num octógono regular. De acordo com a figura, em certo momento os dois lutadores estão respectivamente nas posições G e F , e o juiz está na posição I . O triângulo IGH é equilátero e $G\hat{I}F$ é o ângulo formado pelas semirretas com origem na posição do juiz, respectivamente passando pelas posições de cada um dos lutadores.

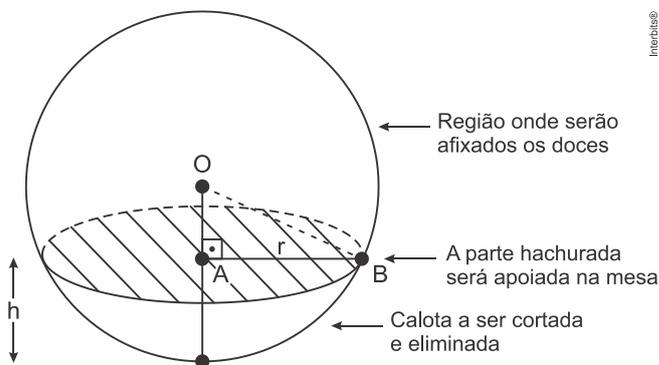


A medida do ângulo $G\hat{I}F$ é

- a) 120°

- b) 75°
- c) $67,5^\circ$
- d) 60°
- e) $52,5^\circ$

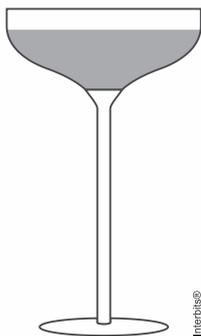
6. (Enem 2017) Para decorar uma mesa de festa infantil, um chefe de cozinha usará um melão esférico com diâmetro medindo 10 cm, o qual servirá de suporte para espetar diversos doces. Ele irá retirar uma calota esférica do melão, conforme ilustra a figura, e, para garantir a estabilidade deste suporte, dificultando que o melão role sobre a mesa, o chefe fará o corte de modo que o raio r da seção circular de corte seja de pelo menos 3 cm. Por outro lado, o chefe desejará dispor da maior área possível da região em que serão afixados os doces.



Para atingir todos os seus objetivos, o chefe deverá cortar a calota do melão numa altura h , em centímetro, igual a

- a) $5 - \frac{\sqrt{91}}{2}$
- b) $10 - \sqrt{91}$
- c) 1
- d) 4
- e) 5

7. (Enem 2017) Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.



A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a

- a) 192.
- b) 300.
- c) 304.
- d) 320.
- e) 400.

8. (Enem 2017) A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

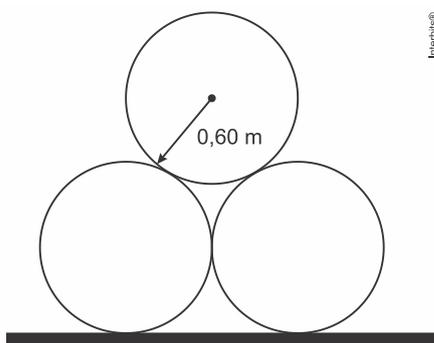
Caminhão entala em viaduto no Centro

Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado na foto.



Disponível em: www.caminhoes-e-carretas.com.
Acesso em: 21 maio 2012 (adaptado).

Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos.

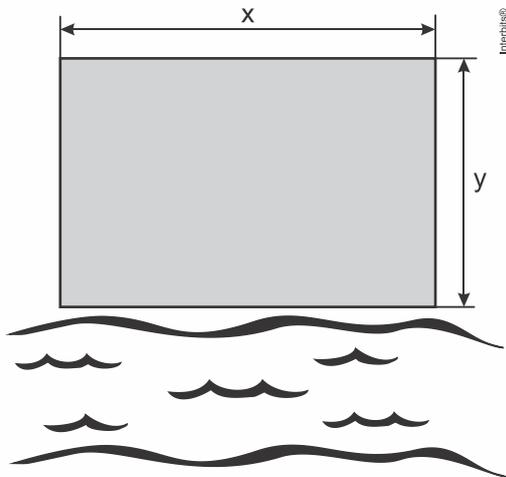


A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m menor do que a altura do vão do viaduto. Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?

- a) 2,82
- b) 3,52
- c) 3,70
- d) 4,02
- e) 4,20

9. (Enem 2ª aplicação 2016) Um terreno retangular de lados cujas medidas, em metro, são x e y será cercado para a construção de um parque de diversões. Um dos lados do terreno encontra-se às margens de um rio. Observe a figura.



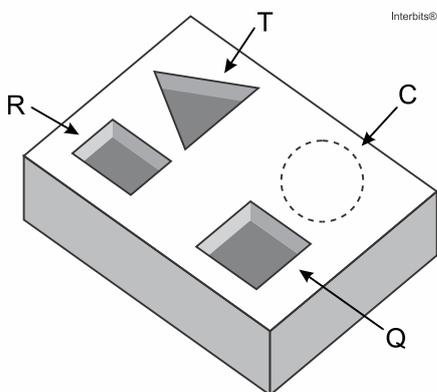
Para cercar todo o terreno, o proprietário gastará R\$ 7.500,00. O material da cerca custa R\$ 4,00 por metro para os lados do terreno paralelos ao rio, e R\$ 2,00 por metro para os demais lados.

Nessas condições, as dimensões do terreno e o custo total do material podem ser relacionados pela equação

- a) $4(2x + y) = 7.500$
- b) $4(x + 2y) = 7.500$
- c) $2(x + y) = 7.500$
- d) $2(4x + y) = 7.500$
- e) $2(2x + y) = 7.500$

10. (Enem 2016) Um marceneiro está construindo um material didático que corresponde ao encaixe de peças de madeira com 10 cm de altura e formas geométricas variadas, num bloco de madeira em que cada peça se posicione na perfuração com seu formato correspondente, conforme ilustra a figura. O bloco de madeira já possui três perfurações prontas de bases distintas: uma quadrada (Q), de lado 4 cm, uma retangular (R), com base 3 cm e altura 4 cm, e uma em forma de um triângulo equilátero (T), de lado 6,8 cm. Falta realizar uma perfuração de base circular (C).

O marceneiro não quer que as outras peças caibam na perfuração circular e nem que a peça de base circular caiba nas demais perfurações e, para isso, escolherá o diâmetro do círculo que atenda a tais condições. Procurou em suas ferramentas uma serra copo (broca com formato circular) para perfurar a base em madeira, encontrando cinco exemplares, com diferentes medidas de diâmetros, como segue: (I) 3,8 cm; (II) 4,7 cm; (III) 5,6 cm; (IV) 7,2 cm e (V) 9,4 cm.



Considere 1,4 e 1,7 como aproximações para $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$, respectivamente.

Para que seja atingido o seu objetivo, qual dos exemplares de serra copo o marceneiro deverá escolher?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

11. (Enem PPL 2016) Um ciclista A usou uma bicicleta com rodas com diâmetros medindo 60 cm e percorreu, com ela, 10 km. Um ciclista B usou outra bicicleta com rodas cujos diâmetros mediam 40 cm e percorreu, com ela, 5 km.

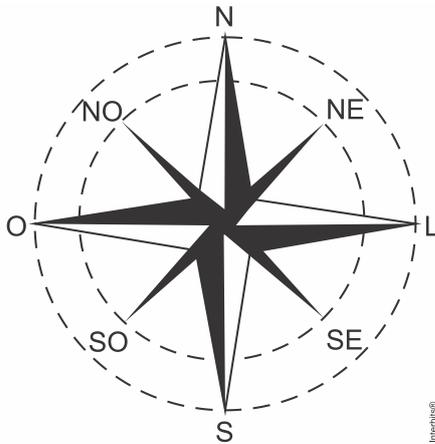
Considere 3,14 como aproximação para π .

A relação entre o número de voltas efetuadas pelas rodas da bicicleta do ciclista A e o número de voltas efetuadas pelas rodas da bicicleta do ciclista B é dada por

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{4}{3}$
- e) $\frac{3}{2}$

Atividades propostas

1. (Enem 2018) A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.



Uma câmera de vigilância está fixada no teto de um *shopping* e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmera está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

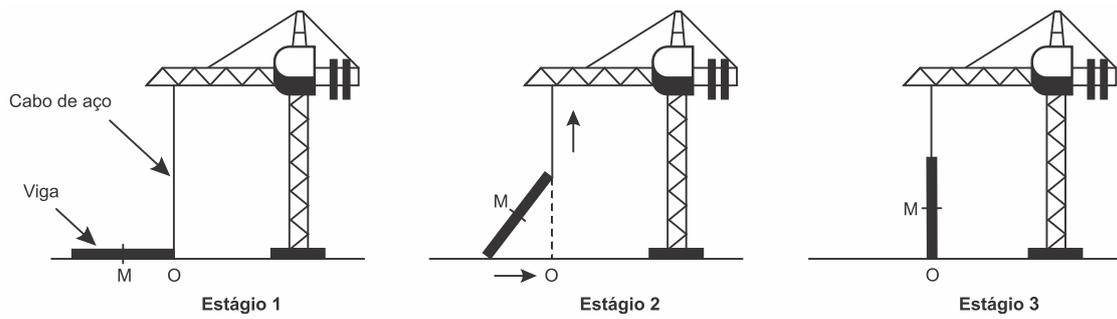
- 1ª mudança: 135° no sentido anti-horário;
- 2ª mudança: 60° no sentido horário;
- 3ª mudança: 45° no sentido anti-horário.

Após a 3ª mudança, ele é orientado a reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente.

Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmera?

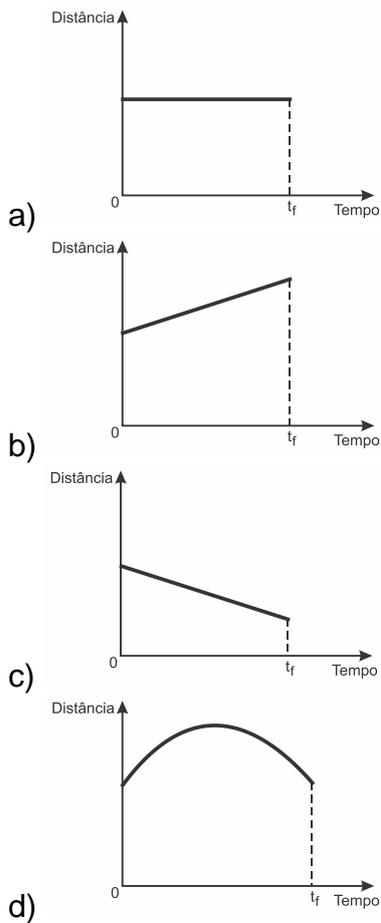
- a) 75° no sentido horário.
- b) 105° no sentido anti-horário.
- c) 120° no sentido anti-horário.
- d) 135° no sentido anti-horário.
- e) 165° no sentido horário.

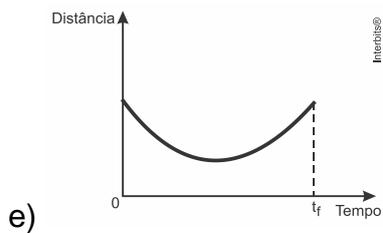
2. (Enem 2018) Os guindastes são fundamentais em canteiros de obras, no manejo de materiais pesados como vigas de aço. A figura ilustra uma sequência de estágios em que um guindaste içava uma viga de aço que se encontra inicialmente no solo.



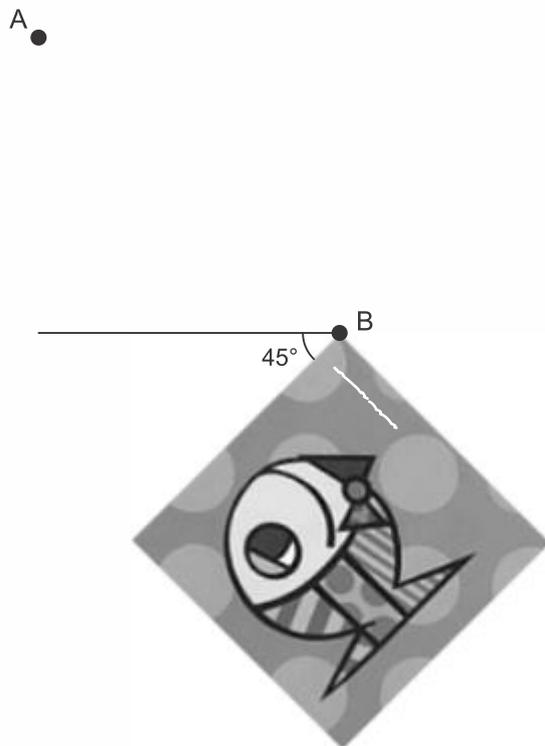
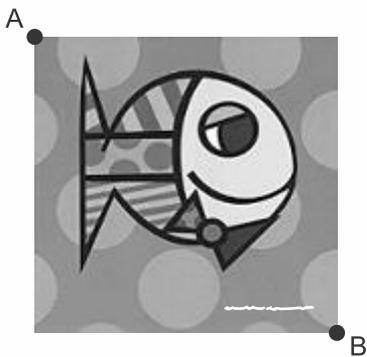
Na figura, o ponto O representa a projeção ortogonal do cabo de aço sobre o plano do chão e este se mantém na vertical durante todo o movimento de içamento da viga, que se inicia no tempo $t = 0$ (estágio 1) e finaliza no tempo t_f (estágio 3). Uma das extremidades da viga é içada verticalmente a partir do ponto O, enquanto que a outra extremidade desliza sobre o solo em direção ao ponto O. Considere que o cabo de aço utilizado pelo guindaste para içar a viga fique sempre na posição vertical. Na figura, o ponto M representa o ponto médio do segmento que representa a viga.

O gráfico que descreve a distância do ponto M ao ponto O, em função do tempo, entre $t = 0$ e t_f , é





19. (Enem 2017) A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada *O peixe*, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos A e B. Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.

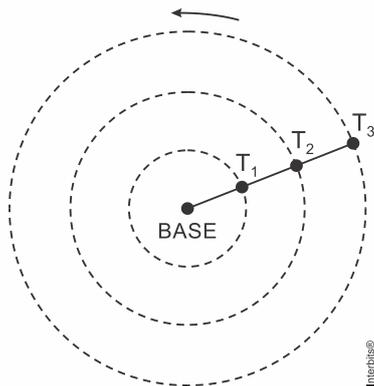
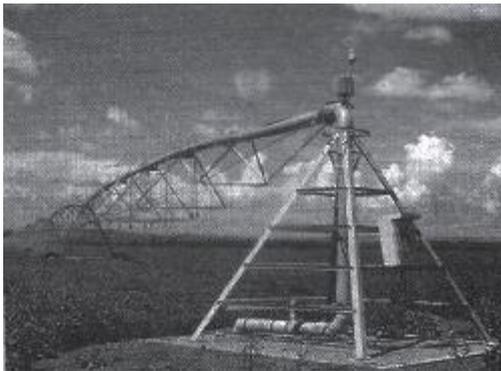


Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360° .

A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

- a) 90° no sentido horário.
- b) 135° no sentido horário.
- c) 180° no sentido anti-horário.
- d) 270° no sentido anti-horário.
- e) 315° no sentido horário.

4. (Enem 2017) Pivô central é um sistema de irrigação muito usado na agricultura, em que uma área circular é projetada para receber uma estrutura suspensa. No centro dessa área, há uma tubulação vertical que transmite água através de um cano horizontal longo, apoiado em torres de sustentação, as quais giram, sobre rodas, em torno do centro do pivô, também chamado de base, conforme mostram as figuras. Cada torre move-se com velocidade constante.

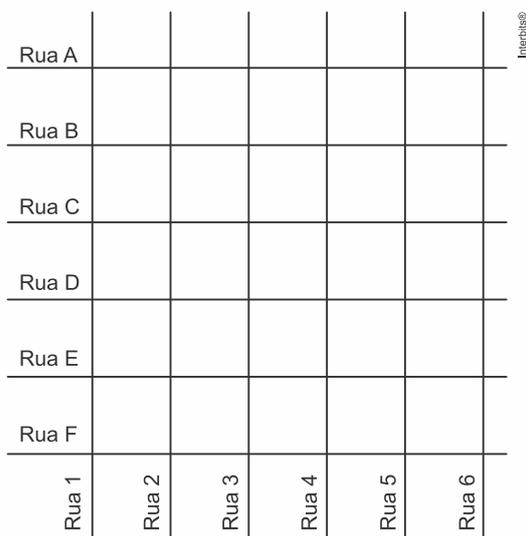


Um pivô de três torres (T_1 , T_2 e T_3) será instalado em uma fazenda, sendo que as distâncias entre torres consecutivas bem como da base à torre T_1 são iguais a 50 m. O fazendeiro pretende ajustar as velocidades das torres, de tal forma que o pivô efetue uma volta completa em 25 horas. Use 3 como aproximação para π .

Para atingir seu objetivo, as velocidades das torres T_1 , T_2 e T_3 devem ser, em metro por hora, de

- a) 12, 24 e 36.
- b) 6, 12 e 18.
- c) 2, 4 e 6.
- d) 300, 1.200 e 2.700.
- e) 600, 2.400 e 5.400.

5. (Enem 2016) Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.

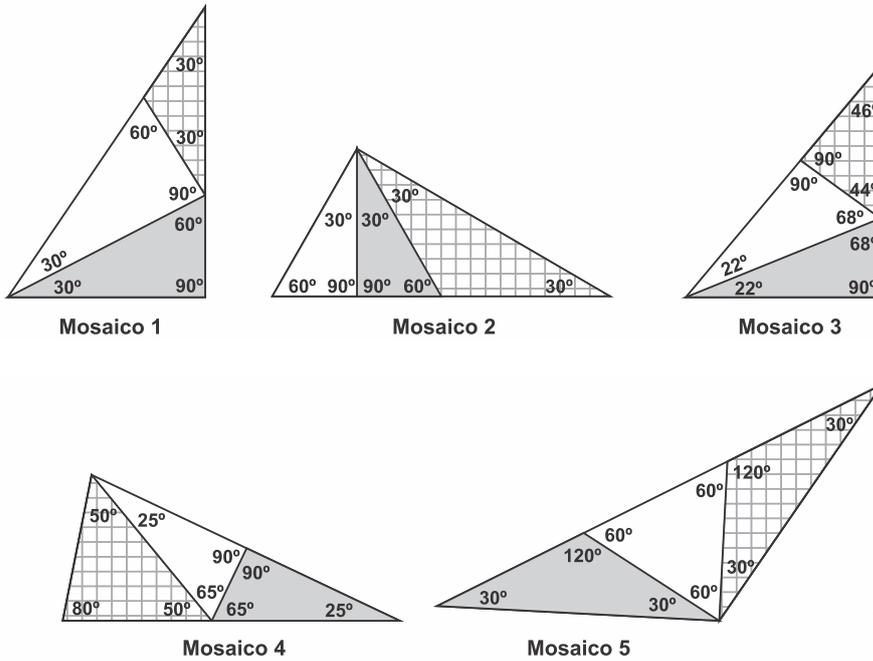


A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A.

Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

- a) 3 e C.
- b) 4 e C.
- c) 4 e D.
- d) 4 e E.
- e) 5 e C.

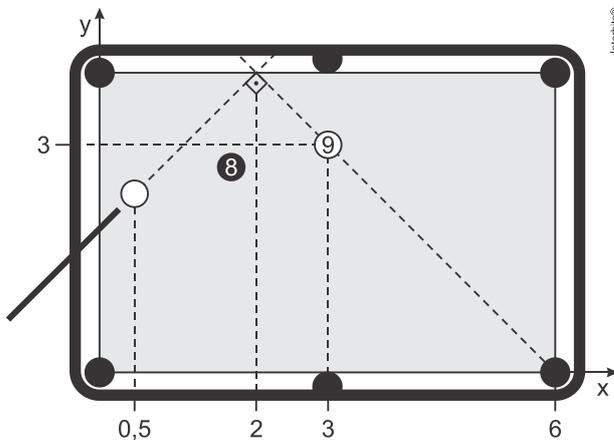
6. (Enem 2ª aplicação 2016) Pretende-se construir um mosaico com o formato de um triângulo retângulo, dispondo-se de três peças, sendo duas delas triângulos congruentes e a terceira um triângulo isósceles. A figura apresenta cinco mosaicos formados por três peças.



Na figura, o mosaico que tem as características daquele que se pretende construir é o

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

7. (Enem PPL 2016) Em sua vez de jogar, um jogador precisa dar uma tacada na bola branca, de forma a acertar a bola 9 e fazê-la cair em uma das caçapas de uma mesa de bilhar. Como a bola 8 encontra-se entre a bola branca e a bola 9, esse jogador adota a estratégia de dar uma tacada na bola branca em direção a uma das laterais da mesa, de forma que, ao rebater, ela saia em uma trajetória retilínea, formando um ângulo de 90° com a trajetória da tacada, conforme ilustrado na figura.



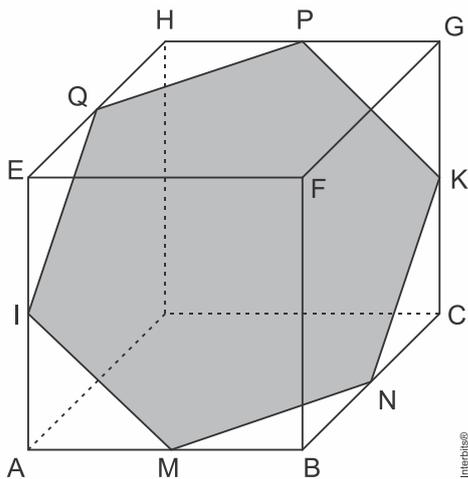
Com essa estratégia, o jogador conseguiu encaçapar a bola 9. Considere um

sistema cartesiano de eixos sobre o plano da mesa, no qual o ponto de contato da bola com a mesa define sua posição nesse sistema. As coordenadas do ponto que representa a bola 9 são $(3; 3)$, o centro da caçapa de destino tem coordenadas $(6; 0)$ e a abscissa da bola branca é $0,5$, como representados na figura.

Se a estratégia deu certo, a ordenada da posição original da bola branca era

- a) 1,3.
- b) 1,5.
- c) 2,1.
- d) 2,2.
- e) 2,5.

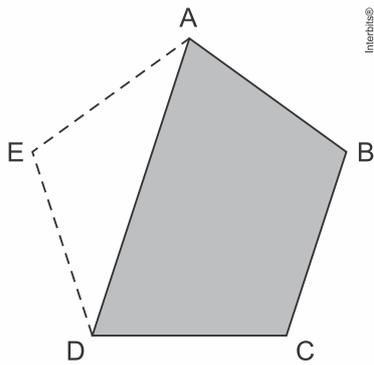
8. (Enem PPL 2016) Um artista utilizou uma caixa cúbica transparente para a confecção de sua obra, que consistiu em construir um polígono $IMNKPQ$, no formato de um hexágono regular, disposto no interior da caixa. Os vértices desse polígono estão situados em pontos médios de arestas da caixa. Um esboço da sua obra pode ser visto na figura.



Considerando as diagonais do hexágono, distintas de IK , quantas têm o mesmo comprimento de IK ?

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 8
- e) 9

9. (Enem PPL 2016) Um gessoiro que trabalhava na reforma de uma casa lidava com placas de gesso com formato de pentágono regular quando percebeu que uma peça estava quebrada, faltando uma parte triangular, conforme mostra a figura.

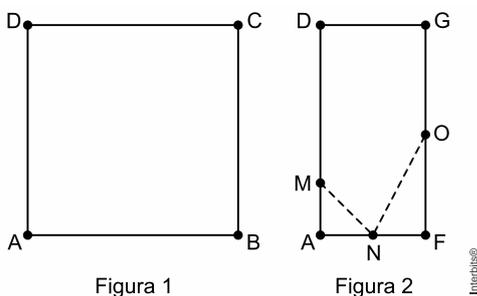


Para recompor a peça, ele precisou refazer a parte triangular que faltava e, para isso, anotou as medidas dos ângulos $x = \widehat{EAD}$, $y = \widehat{EDA}$ e $z = \widehat{AED}$ do triângulo ADE.

As medidas x, y e z , em graus, desses ângulos são, respectivamente,

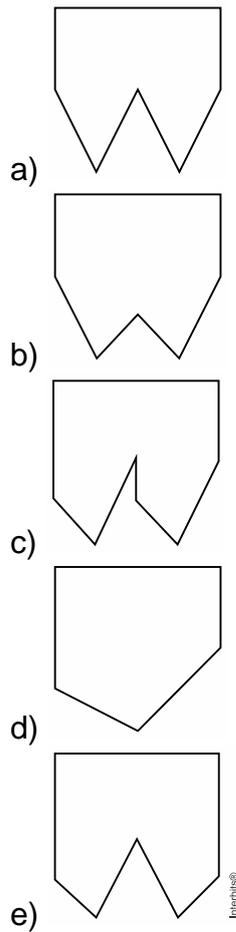
- a) 18, 18 e 108.
- b) 24, 48 e 108.
- c) 36, 36 e 108.
- d) 54, 54 e 72.
- e) 60, 60 e 60.

10. (Enem 2015) Uma família fez uma festa de aniversário e enfeitou o local da festa com bandeirinhas de papel. Essas bandeirinhas foram feitas da seguinte maneira: inicialmente, recortaram as folhas de papel em forma de quadrado, como mostra a Figura 1. Em seguida, dobraram as folhas quadradas ao meio sobrepondo os lados BC e AD, de modo que C e D coincidam, e o mesmo ocorra com A e B, conforme ilustrado na Figura 2. Marcaram os pontos médios O e N, dos lados FG e AF, respectivamente, e o ponto M do lado AD, de modo que AM seja igual a um quarto de AD. A seguir, fizeram cortes sobre as linhas pontilhadas ao longo da folha dobrada.

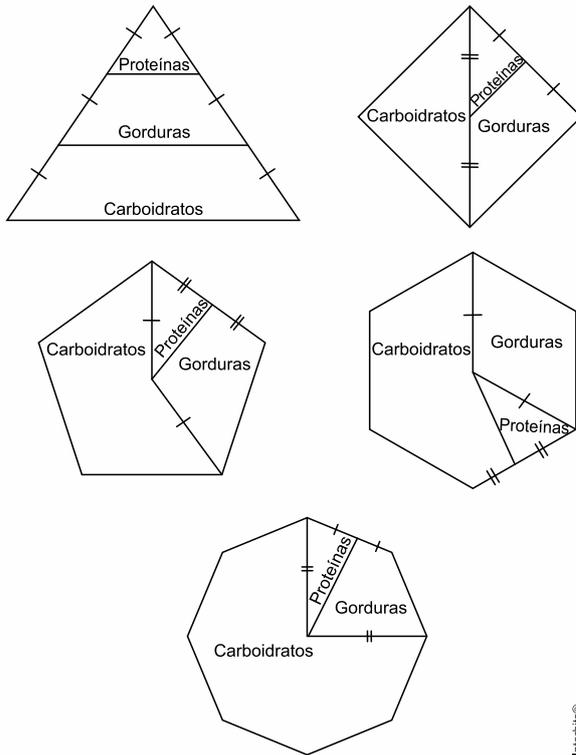


Após os cortes, a folha é aberta e a bandeirinha está pronta.

A figura que representa a forma da bandeirinha pronta é



11. (Enem 2015) Para uma alimentação saudável, recomenda-se ingerir, em relação ao total de calorias diárias, 60% de carboidratos, 10% de proteínas e 30% de gorduras. Uma nutricionista, para melhorar a visualização dessas porcentagens, quer dispor esses dados em um polígono. Ela pode fazer isso em um triângulo equilátero, um losango, um pentágono regular, um hexágono regular ou um octógono regular, desde que o polígono seja dividido em regiões cujas áreas sejam proporcionais às porcentagens mencionadas. Ela desenhou as seguintes figuras:

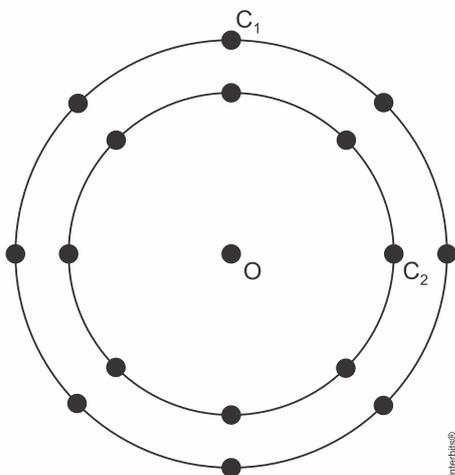


Interbits®

Entre esses polígonos, o único que satisfaz as condições necessárias para representar a ingestão correta de diferentes tipos de alimentos é o

- triângulo.
- losango.
- pentágono.
- hexágono.
- octógono.

12. (Enem PPL 2015) A figura é uma representação simplificada do carrossel de um parque de diversões, visto de cima. Nessa representação, os cavalos estão identificados pelos pontos escuros, e ocupam circunferências de raios 3 m e 4 m, respectivamente, ambas centradas no ponto O. Em cada sessão de funcionamento, o carrossel efetua 10 voltas.

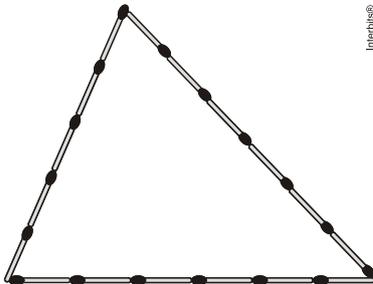


Interbits®

Quantos metros uma criança sentada no cavalo C_1 percorrerá a mais do que uma criança no cavalo C_2 , em uma sessão? Use 3,0 como aproximação para π .

- a) 55,5
- b) 60,0
- c) 175,5
- d) 235,5
- e) 240,0

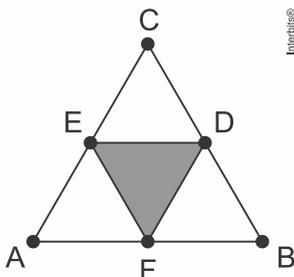
13. (Enem 2014) Uma criança deseja criar triângulos utilizando palitos de fósforo de mesmo comprimento. Cada triângulo será construído com exatamente 17 palitos e pelo menos um dos lados do triângulo deve ter o comprimento de exatamente 6 palitos. A figura ilustra um triângulo construído com essas características.



A quantidade máxima de triângulos não congruentes dois a dois que podem ser construídos é

- a) 3.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 8.
- e) 10.

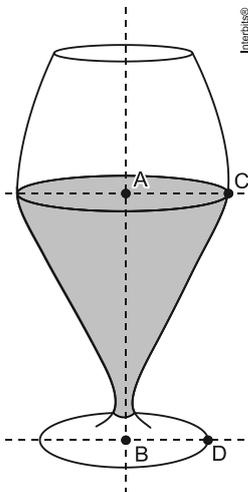
14. (Enem PPL 2014) Um artista deseja pintar em um quadro uma figura na forma de triângulo equilátero ABC de lado 1 metro. Com o objetivo de dar um efeito diferente em sua obra, o artista traça segmentos que unem os pontos médios D, E e F dos lados BC, AC e AB , respectivamente, colorindo um dos quatro triângulos menores, como mostra a figura.



Qual é a medida da área pintada, em metros quadrados, do triângulo DEF ?

- a) $\frac{1}{16}$
- b) $\frac{\sqrt{3}}{16}$
- c) $\frac{1}{8}$
- d) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

15. (Enem 2013) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com base quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:

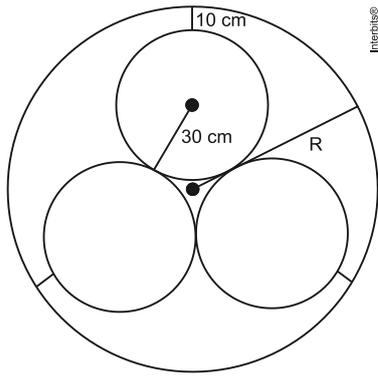


Considere que $\overline{AC} = \frac{7}{5}\overline{BD}$ e que ℓ é a medida de um dos lados da base da bandeja.

Qual deve ser o menor valor da razão $\frac{\ell}{\overline{BD}}$ para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

- a) 2
- b) $\frac{14}{5}$
- c) 4
- d) $\frac{24}{5}$
- e) $\frac{28}{5}$

16. (Enem 2013) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:

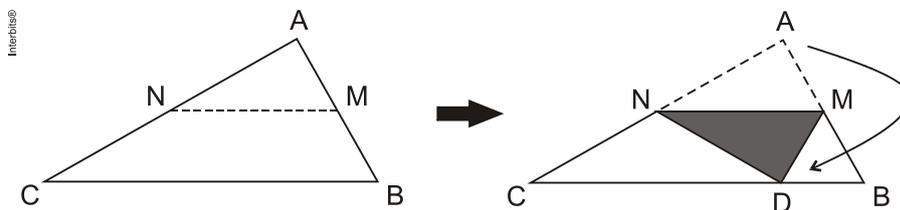


Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O valor de R, em centímetros, é igual a

- a) 64,0.
- b) 65,5.
- c) 74,0.
- d) 81,0.
- e) 91,0.

17. (Enem PPL 2012) Um professor, ao fazer uma atividade de origami (dobraduras) com seus alunos, pede para que estes dobrem um pedaço de papel em forma triangular, como na figura a seguir, de modo que M e N sejam pontos médios respectivamente de AB e AC, e D, ponto do lado BC, indica a nova posição do vértice A do triângulo ABC.



Se ABC é um triângulo qualquer, após a construção, são exemplos de triângulos isósceles os triângulos

- a) CMA e CMB.
- b) CAD e ADB.
- c) NAM e NDM.
- d) CND e DMB.
- e) CND e NDM.